

ZASTOSOWANIE ZMODYFIKOWANEJ METODY WSKAŹNIKÓW SEZONOWOŚCI DO PROGNOZOWANIA WIELKOŚCI POPYTU

KRZYSZTOF JURCZYK, MARCIN BARAN, WOJCIECH WOŹNIAK

Streszczenie

W pracy zaprezentowano model krótkoterminowego prognozowania wielkości popytu w międzynarodowym przedsiębiorstwie produkcyjno-dystrybucyjnym. W badaniach przeanalizowano wielkość sprzedaży ośmiu wybranych produktów oferowanych przez Przedsiębiorstwo X. Miesięczne dane sprzedaży pochodziły z lat 2005–2011, z kolei prognoza zbudowana została na okres kolejnych 12 miesięcy (rok 2012). Proponowany model zakłada wygładzenie szeregu czasowego metodą podobną do metody wygładzania wykładniczego Browna, a następnie – dla otrzymanego w ten sposób szeregu czasowego – wyznaczenie prognoz metodami wskaźników sezonowości. Analiza wykazała, że takie podejście pozwala uzyskać prognozy obciążone mniejszymi wartościami błędów MPE oraz MAPE niż prognozy wygenerowane na podstawie danych niemodyfikowanych.

Słowa kluczowe: analiza szeregu czasowego, metoda wskaźników sezonowości, prognozowanie popytu

Wprowadzenie

Podstawowym zadaniem kierownictwa firmy produkcyjno-dystrybucyjnej jest efektywne zarządzanie zaopatrzeniem. Budowane plany produkcyjne, zakupowe oraz finansowe przedsiębiorstwa powinny bazować na wiarygodnych prognozach rynkowych, gdyż te pozwolą na optymalizację poziomu zapasów oraz zapewnienie odpowiednio wysokiego poziomu obsługi klienta [10].

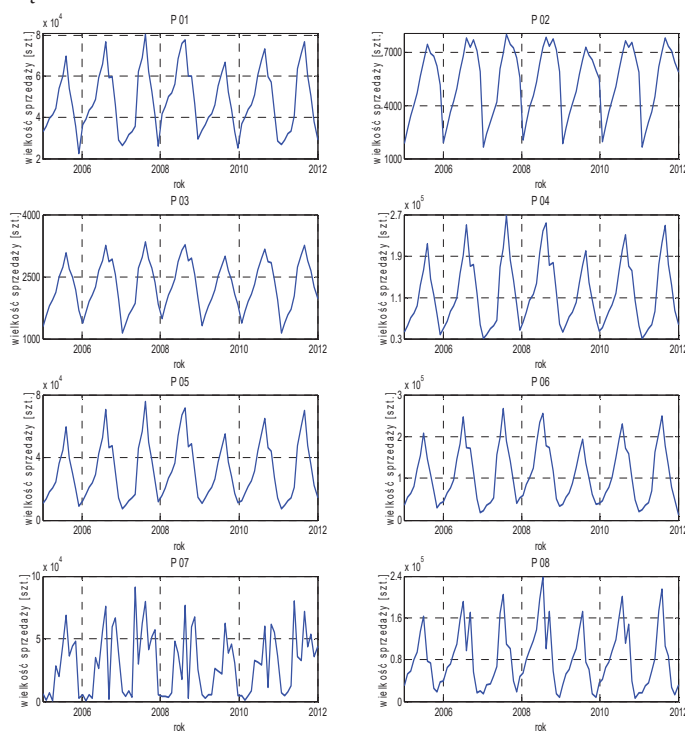
Minimalizacja poziomu zapasów pozwala ograniczyć koszty ich utrzymania. Wysokie stany magazynowe z kolei gwarantują wysoki poziom obsługi klienta. Te dwa stwierdzenia pozwalają wysnuć wniosek, że dobór odpowiedniej strategii sterowania zapasami ma swoje źródło w profilu popytu jaki jest na te zapasy zgłaszany ze strony rynku [7], [8].

Poprawne zbadanie profilu popytu oraz ustalenie na tej podstawie wiarygodnych prognoz pozwoli przede wszystkim ograniczyć koszty gromadzenia zapasów. Wiarygodne prognozy pozwolą na dynamiczne dostosowywanie poziomu zapasów do wymagań rynku oraz zwiększenie ich rotacji. To z kolei pozwoli na zwiększenie płynności finansowej przedsiębiorstwa [7], [8].

W niniejszym artykule zaprezentowano efekty badań polegających na zastosowaniu zmodyfikowanej metody wskaźników sezonowości do prognozowania wielkości popytu w międzynarodowym przedsiębiorstwie produkcyjno-dystrybucyjnym, którego nazwa została zakodowana jako Przedsiębiorstwo X. Niniejszy artykuł stanowi również podsumowanie wcześniej prowadzonych w tym zakresie prac [7], [8], [9], [10], [11].

1. Analiza danych oraz wcześniej prowadzone prace

We wcześniejszych pracach, tj. w: [7], [8], [9], [10], [11] zaprezentowano profil działalności Przedsiębiorstwa X oraz dane wykorzystywane w analizach. Badania wykazały, że popyt na oferowane przez przedsiębiorstwo produkty zgłaszany ze strony rynku odznacza się roczną sezonowością. Najwyższy poziom sprzedaży przedsiębiorstwo osiągało w miesiącach letnich i jesiennych (lipiec – listopad), natomiast najniższy – w miesiącach zimowych (grudzień – marzec). Na rysunku 1 zaprezentowano przebieg analizowanych szeregów czasowych (8 wybranych pozycji asortymentowych). W tym miejscu należy zaznaczyć, że proces zbierania danych okazał się zadaniem czasochłonnym oraz skomplikowanym ze względu na nieprawidłowości jakie pojawiły się podczas implementacji systemu wspomagania decyzji dotyczących sterowania zapasami w wymienionym przedsiębiorstwie [9], [11]. Ostatecznie uzyskane szeregi czasowe posłużyły jako materiał wejściowy do modeli prognostycznych zbudowanych w oparciu o następujące metody: modele naiwne, modele średniej ruchomej, modele wygładzania wykładniczego oraz metody wskaźników sezonowości [2], [3], [4], [5], [6], [10], [14]. Wyboru metod prognostycznych, których efektywność oraz możliwość praktycznego wykorzystania postanowiono w ten sposób przetestować dokonało kierownictwo Przedsiębiorstwa X.



Rysunek 1. Wielkość sprzedaży wybranych produktów w latach 2005–2011

Źródło: [10, s. 9077].

W tabeli 1 zestawiono wartości błędów MAPE (średni względny błąd procentowy – równanie 1) służące ocenie uzyskanych rozwiązań. Inną wykorzystywaną miarą jakości otrzymanych rozwiązań, do której autorzy odwołają się w dalszej części tekstu jest błąd MPE (średni błąd procentowy – równanie 2).

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - y_i'}{y_i} \right| \quad (1)$$

$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i - y_i'}{y_i} \quad (2)$$

gdzie:

- n – liczba obserwacji,
- y_i – wartość zmiennej y w i -tym okresie,
- y_i' – prognoza na i -ty okres.

Tabela 1. Średnie wartości błędu MAPE
uzyskane wykorzystanymi klasycznymi metodami prognozowania

Metoda prognozowania	MAPE [%]
Model naiwny	38,30
Model 2-okresowej średniej ruchomej	71,90
Model 3-okresowej średniej ruchomej	91,75
Model Browna	72,27
Model Holta	61,00
Model addytywny Wintera	61,86
Model multiplikatywny Wintera	112,49
Metoda wskaźników sezonowości (addytywna)	24,43
Metoda wskaźników sezonowości (multiplikatywna)	25,05

Źródło: [10, s. 9083].

Porównując średnie wartości błędu MAPE dla wszystkich analizowanych metod (tabela 1) stwierdzono, że metoda wskaźników sezonowości – zarówno addytywna jak i multiplikatywna – najlepiej nadaje się do prognozowania wielkości popytu w Przedsiębiorstwie X. Pojawiło się pytanie czy historyczne dane sprzedaży stanowią rzetelny materiał wejściowy przy budowie prognoz popytu [10]. W niniejszym artykule zaprezentowano zmodyfikowaną metodę wskaźników sezonowości, która uwzględnia założenie o wcześniejszym pojawieniu się popytu.

2. Prognozowanie popytu na podstawie danych sprzedaży

Prognozowanie popytu często utożsamiane jest z procesem prognozowania sprzedaży [1], [12], [13]. W praktyce często trudno zmierzyć rzeczywisty popyt – nigdy nie mamy pewności czy zapytanie ze strony klienta o dany produkt będzie skutkowało dokonaniem sprzedaży lub z drugiej strony czy klient ponowi swoje zapytanie ponownie w sytuacji wystąpienia braku.

Pierwszą próbę prezentacji filtru, sztucznie generującego dane popytu na podstawie danych sprzedaży Przedsiębiorstwa X zaprezentowano w [7]. Założeniem proponowanej metody był podział danych miesięcznych na dwie części w stosunku 3:1, a następnie przesunięcie $\frac{1}{4}$ części danych

do okresu poprzedniego. W ten sposób można było wygenerować dane służące do dalszej analizy. Co więcej proponowana metoda umożliwiała również uwzględnienie zdolności produkcyjnych – jeśli wielkość popytu w którymś z poprzednich podokresów przekraczała zdolności produkcyjne, następowała ponowna weryfikacja danych poprzez kolejne ich przesunięcie.

Przedstawiona wówczas metoda wymaga jednak formalnego zapisu i weryfikacji na omawianym wcześniej zestawie danych. Matematyczny zapis tego postępowania (równanie 3) przypomina metodę wygładzania wykładniczego Browna.

$$y_t^M = \left(1 - \frac{A}{B}\right)y_t + \frac{A}{B}y_{t-1} \quad (3)$$

gdzie:

y_t^M – sztucznie wygenerowana wielkość popytu w okresie t ,

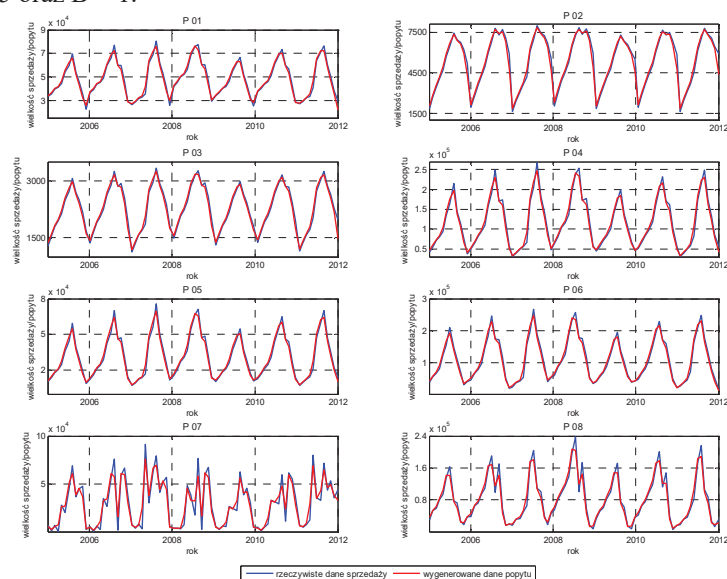
y_t – realizacja sprzedaży w okresie t ,

y_{t-1} – realizacja sprzedaży w okresie $t-1$,

A – przyjęty czas realizacji zamówienia,

B – długość każdego z okresów t .

W analizowanym przypadku, jak można łatwo zauważyć długością okresu będzie jeden miesiąc, natomiast czas realizacji zamówienia ustalono jako jeden tydzień. Dla uproszczenia obliczeń przyjęto: $A = 0,25$ oraz $B = 1$.



Rysunek 2. Rzeczywiste dane sprzedaży oraz wygenerowane dane popytu dla produktów

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Przedsiębiorstwa X.

W poprzednim podrozdziale zaznaczono, że najniższe wartości błędu MAPE uzyskano przy zastosowaniu metody wskaźników sezonowości. Ponadto w [10] zwrócono uwagę na fakt, że zarówno addytywny jak i multiplikatywny model odznaczają się porównywalnym oddziaływaniem

czynnika losowego. Z tego względu w budowie modelu dedykowanego wykorzystano obie te metody modyfikując jedynie sygnał wejściowy – pojawia się y_i^M w miejsce y_i .

Na rysunku 2 przedstawiono przebieg sztucznie wygenerowanego popytu na produkty Przedsiębiorstwa X w porównaniu z przebiegiem szeregu czasowego obrazującego rzeczywiste dane sprzedaży.

W tabeli 2 zestawiono z kolei oszacowane metodą najmniejszych kwadratów parametry liniowej funkcji trendu ($y = \alpha x + \beta$) dla wszystkich ośmiu produktów.

Tabela 2. Parametry liniowej funkcji trendu ($y = \alpha x + \beta$) popytu na produkty Przedsiębiorstwa X

Produkt	α	β	Produkt	α	β
P_01	10,29	47 668,30	P_05	39,13	29 811,95
P_02	8,05	5 007,04	P_06	24,66	107 145,32
P_03	1,50	2 209,15	P_07	96,58	25 739,17
P_04	132,39	111 840,63	P_08	-46,48	83 686,39

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych Przedsiębiorstwa X.

Zestawienie oczyszczonych wskaźników sezonowości dla każdego z ośmiu analizowanych produktów zamieszczono w tabelach 3 (dla modelu addytywnego) oraz 4 (dla modelu multiplikatywnego).

Tabela 3. Oczyszczone wskaźniki sezonowości dla modeli prognostycznych zbudowanych w oparciu o model addytywny (dla zmodyfikowanych danych wejściowych)

Produkt	Miesiąc					
	I	II	III	IV	V	VI
P_01	-13 758,04	-10 868,27	-7 607,88	-5 259,44	1 571,73	14 124,46
P_02	-3 262,32	-2 435,87	-1 711,08	-1 076,69	-241,66	886,32
P_03	-896,44	-642,16	-427,48	-258,88	22,01	451,33
P_04	-69 028,74	-55 451,00	-41 436,10	-29 735,58	-1 115,23	52 996,20
P_05	-19 513,50	-15 856,79	-12 015,02	-8 754,85	-604,03	15 088,30
P_06	-64 936,33	-49 029,29	-35 752,19	-5 070,36	51 915,74	93 726,96
P_07	-24 393,35	-26 050,72	-23 759,81	-13 282,80	14 219,61	1 715,08
P_08	-43 764,73	-26 225,77	-15 265,02	4 914,35	34 372,60	88 662,90
Produkt	Miesiąc					
	VII	VIII	IX	X	XI	XII
P_01	21 060,34	22 274,27	8 789,13	1 523,43	-11 209,18	-20 640,56
P_02	1 723,68	2 233,44	1 874,39	1 723,89	1 018,11	-732,20
P_03	716,20	820,11	514,57	340,42	-49,82	-589,86
P_04	90 255,01	101 817,41	41 726,61	14 039,29	-33 854,36	-70 213,51
P_05	26 200,17	29 718,79	11 751,16	3 737,20	-9 895,20	-19 856,23
P_06	110 386,09	52 490,98	20 011,25	-29 364,44	-67 700,40	-76 678,00
P_07	16 117,21	29 064,37	2 046,88	22 872,75	13 868,41	-12 417,63
P_08	90 894,45	20 026,74	14 539,06	-50 425,96	-64 435,93	-53 292,69

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Przedsiębiorstwa X.

Tabela 4. Oczyszczone wskaźniki sezonowości dla modeli prognostycznych zbudowanych w oparciu o model multiplikatywny (dla zmodyfikowanych danych wejściowych)

Produkt	Miesiąc					
	I	II	III	IV	V	VI
P_01	0,714	0,774	0,842	0,891	1,033	1,293
P_02	0,386	0,542	0,680	0,799	0,956	1,167
P_03	0,604	0,717	0,812	0,886	1,010	1,199
P_04	0,409	0,526	0,647	0,747	0,991	1,451
P_05	0,376	0,494	0,618	0,722	0,981	1,479
P_06	0,399	0,547	0,669	0,953	1,480	1,866
P_07	0,169	0,114	0,194	0,544	1,473	1,063
P_08	0,466	0,679	0,813	1,060	1,421	2,087
Produkt	Miesiąc					
	VII	VIII	IX	X	XI	XII
P_01	1,438	1,463	1,183	1,032	0,767	0,572
P_02	1,323	1,418	1,351	1,322	1,191	0,865
P_03	1,315	1,361	1,226	1,150	0,978	0,742
P_04	1,767	1,867	1,355	1,120	0,714	0,406
P_05	1,831	1,944	1,373	1,119	0,688	0,374
P_06	2,020	1,485	1,185	0,729	0,375	0,293
P_07	1,569	1,985	1,069	1,768	1,472	0,580
P_08	2,115	1,246	1,178	0,381	0,209	0,345

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Przedsiębiorstwa X.

Zestawienie wartości błędów MPE oraz MAPE, jakimi były obciążone prognozy wygasłe w przypadku obu tych metod zawiera tabela 5.

Tabela 5. Wartości błędów MPE oraz MAPE dla prognoz wygasłych uzyskanych metodą wskaźników sezonowości (dla zmodyfikowanych danych wejściowych)

Produkt	Model addytywny		Model multiplikatywny	
	MPE	MAPE	MPE	MAPE
P_01	-1,36%	9,20%	-1,36%	9,19%
P_02	-0,35%	5,90%	-0,46%	5,53%
P_03	-0,50%	5,75%	-0,52%	5,67%
P_04	-3,38%	15,18%	-3,42%	14,68%
P_05	-3,97%	16,61%	-4,01%	15,97%
P_06	-6,95%	20,53%	-6,90%	20,41%
P_07	-16,92%	43,30%	-18,31%	37,73%
P_08	-10,09%	27,19%	-10,22%	27,49%
Srednia	-5,44%	17,96%	-5,65%	17,08%
Odchylenie standardowe	5,72%	12,62%	6,12%	11,20%

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Przedsiębiorstwa X.

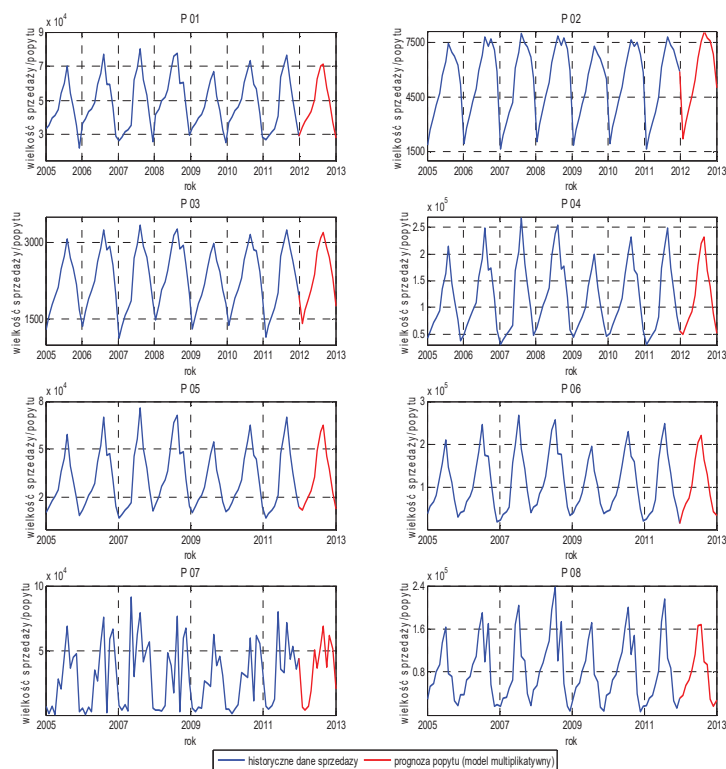
Modyfikacja danych sprzedaży za pomocą filtru opisanego wcześniej równaniem 3 pozwoliła osiągnąć mniejsze wartości błędów MPE oraz MAPE dla prognoz wygasłych zbudowanych przy użyciu metod wskaźników sezonowości. Największa różnica jest zauważalna w przypadku modelu prognostycznego dla produktu P_07. W tabeli 6 zestawiono ponadto udziały procentowe poszczególnych składowych szeregu czasowego.

Tabela 6. Dekompozycja szeregu czasowego na składowe będące oddziaływaniem trendu, sezonowości oraz czynnika losowego (dla zmodyfikowanych danych wejściowych)

Produkt	Model addytywny			Model multiplikatywny		
	trend	sezonowość	losowość	trend	sezonowość	losowość
P 01	0,03 %	87,98 %	11,99 %	0,03 %	88,02 %	11,95 %
P 02	1,16 %	95,58 %	3,25 %	1,16 %	95,56 %	3,27 %
P 03	0,41 %	92,94 %	6,65 %	0,41 %	93,02 %	6,56 %
P 04	0,28 %	90,85 %	8,87 %	0,28 %	90,98 %	8,73 %
P 05	0,30 %	90,83 %	8,88 %	0,30 %	90,97 %	8,73 %
P 06	0,01 %	91,67 %	8,32 %	0,01 %	91,71 %	8,28 %
P 07	1,21 %	77,35 %	21,43 %	1,21 %	76,08 %	22,71 %
P 08	0,04 %	86,97 %	12,98 %	0,04 %	86,77 %	13,19 %

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Przedsiębiorstwa X.

Przebieg prognoz popytu na okres kolejnych 12 miesięcy (rok 2012), zbudowanych przy użyciu multiplikatywnych modeli wskaźników sezonowości zobrazowano rysunkiem 3.



Rysunek 3. Przebieg prognoz popytu uzyskanych zmodyfikowaną multiplikatywną metodą wskaźników sezonowości

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Przedsiębiorstwa X.

3. Podsumowanie

Porównując średnie wartości błędu MAPE dla wszystkich analizowanych metod (tabele: 1 oraz 5) należy stwierdzić, że metoda wskaźników sezonowości – zarówno addytywna jak i multiplikatywna – najlepiej nadaje się do prognozowania wielkości popytu w Przedsiębiorstwie X.

Ponadto w pracy zaprezentowano możliwość prognozowania wielkości popytu przy użyciu zmodyfikowanych danych sprzedaży. Dane sprzedaży nie zostały w żadnym przypadku oczyszczane, a jedynie modyfikowane poprzez uwzględnienie założonego momentu składania zamówienia (w omawianym przypadku był to okres jednego tygodnia). Analiza wykazała, że takie podejście pozwala uzyskać prognozy obciążone mniejszymi wartościami błędów niż prognozy generowane na podstawie danych niemodyfikowanych.

Bibliografia

- [1] Axsäter S., *Inventory Control*, Third Edition, Springer, 2015.
- [2] Box G.E.P., Jenkins G.M., *Analiza szeregów czasowych*, PWE, Warszawa 1983.
- [3] Brown R. G., *Statistical Forecasting for Inventory Control*, McGraw-Hill, Nowy Jork 1959.
- [4] Cieślak M. [red.], *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania*, PWN, Warszawa 1999.
- [5] Dittmann P., *Prognozowanie w przedsiębiorstwie. Metody i ich zastosowanie*, Wolters Kluwer business, Kraków 2008.
- [6] Holt C.C., *Forecasting Seasonal and Trends by Exponentially Weighted Moving Averages*, ONR Research Memorandum No. 52/1957.
- [7] Jurczyk K., *Strategia planowania centralnego w przedsiębiorstwie X*, *Logistyka* 2/2012, s. 709–716.
- [8] Jurczyk K., *Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych jako narzędzia wspomagającego zarządzanie zapasami i planowanie popytu na przykładzie przedsiębiorstwa dystrybucyjnego*, *Logistyka* 2/2011, s. 233–244.
- [9] Jurczyk K., Baran M., *Implementacja systemu wspomagania decyzji dotyczących sterowania zapasami i problemy jej towarzyszące – studium przypadku*, *Logistyka* 2/2015, s. 316–322.
- [10] Jurczyk K., Gdowska K., *Krótkoterminowe prognozowanie wielkości popytu z wykorzystaniem klasycznych metod predykcji na przykładzie międzynarodowego przedsiębiorstwa produkcyjno-dystrybucyjnego*, *Logistyka* 4/2015, s. 9076–9084.
- [11] Jurczyk K., Woźniak W., *Selected problems of the implementation of the decision support system for inventory control in an international production and distribution enterprise*, *Logistyka* 4/2014, s. 4395–4399.
- [12] Nahmias, S., *Demand Estimation in Lost Sales Inventory Systems*, Naval Research Logistics, Volume 41, Issue 6, 1994, s. 739–757.
- [13] Silver E.A., Pyke D.F., Peterson R., *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*, Third Edition, John Wiley & Sons, Nowy Jork 1998.
- [14] Winters P.R., *General Exponential forecasting; A Computer Program for the IBM 360*, ONR Re-search Memorandum No. 71/1960.

DEMAND VOLUME FORECASTING WITH THE USAGE OF THE MODIFIED SEASONAL INDICES METHOD

Summary

In the paper a short-term demand forecasting model for international production and distribution enterprise was introduced. The results from using classical forecasting methods were compared with the results from using modified indexed forecasting methods (both: multiplicative and additive). In the research sales data of ten chosen products were analyzed. Historical input data came from 2005–2011 and demand forecast was prepared for 1-year period (2012). The proposed model assumes the time series smoothing method similar to the Brown's exponential smoothing, and then – for the obtained time series – the forecasts' calculation with the usage of the seasonal indices method. Analysis showed that this approach allows for the better results with lower error values of MPE and MAPE than forecasts based on the unmodified data.

Keywords: demand forecasting, seasonal indices method, time series analysis

Krzysztof Jurczyk
Katedra Inżynierii Zarządzania
Wydział Zarządzania
AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie
Ul. Gramatyka 10, 30-067 Kraków
e-mail: kjurczyk@zarz.agh.edu.pl

Marcin Baran
Katedra Inżynierii Zarządzania
Wydział Zarządzania
AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie
Ul. Gramatyka 10, 30-067 Kraków
e-mail: mbaran@zarz.agh.edu.pl

Wojciech Woźniak
Katedra Inżynierii Zarządzania
Wydział Zarządzania
AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie
Ul. Gramatyka 10, 30-067 Kraków
e-mail: wojciech.wozniak.293@zarz.agh.edu.pl